

Exercícios, Álgebra linear, lista 4

MTM 5245, turma 236A

Em todos os exercícios usamos o sistema de coordenadas com vetores básicos e_1, e_2 mutuamente perpendiculares e de comprimento 1, isto é $\langle e_i, e_j \rangle = \delta_{ij}$.

1. A multiplicação de matrizes expressa a composição de duas transformações. No caso de rotações isto é a rotação por ângulo que é a soma dos ângulos das duas rotações. Use o recurso da multiplicação das matrizes para obter as fórmulas sobre $\cos(\alpha - \beta)$ e $\sin(\alpha - \beta)$. (O caso de $\cos(\alpha + \beta)$ foi analisado na aula.)
2. Escreva matrizes de reflexões no plano em retas que passam pela origem do sistema de coordenadas formando os ângulos α e β com o eixo Ox . Multiplique-as para constatar que obtemos uma rotação ao redor da origem. Qual é o ângulo dela?
3. Use mais uma vez a multiplicação de matrizes, esta vez de uma rotação e uma reflexão para provar que a transformação obtida é uma reflexão. Ache o ângulo que o eixo dela forma com Ox .
4. Confira por cálculo direto o *teorema de Cauchy* sobre os determinantes:

$$\det(A \cdot B) = (\det A) \cdot (\det B)$$

no caso de matrizes 2×2 . Use-o para decidir quando a composição de n reflexões é uma reflexão e quando é uma rotação. (Para matrizes quadradas de dimensão maior aceite sem demonstração a veracidade do teorema.)

5. Ache matriz de multiplicação (no plano) por escalar 7. Depois faça o mesmo no espaço.
6. Ache matriz de projeção perpendicular do plano na bissetriz do 1º e 3º quadrante.
7. Ache matriz de projeção do plano no eixo Ox , paralela à reta com equação reduzida $y = \pi x + 2$.