Por algum motivo várias pessoas não se acertaram com exercício 2.(d) da lista 2. Os motivos disso não são evidentes para mim, a única coisa necessária aqui é saber como estão interligadas as duas funções trigonométricas:

$$\operatorname{sen} \sigma = \cos(\frac{\pi}{2} - \sigma) \ .$$

Então, comparamos os resultados do cálculo de produto interno dos dois vetores que aparecem no exercício. Primeira vez usamos a fórmula trigonométrica:

$$\langle u, v \rangle = |u| \cdot |v| \cdot \cos \angle(u, v)$$

e para descobrir o ângulo entre os vetores re-escrevemos vetor v:

$$v = \begin{pmatrix} \operatorname{sen}(-\beta) \\ \cos(-\beta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\pi}{2} + \beta) \\ \operatorname{sen}(\frac{\pi}{2} + \beta) \end{pmatrix}$$

Daqui vemos (fazendo o esboço com circunferência de raio 1) que $\angle(u, v) = (\frac{\pi}{2} + \beta) - \alpha = \frac{\pi}{2} - (\alpha - \beta)$. Isto significa que

$$\cos \angle(u, v) = \operatorname{sen}(\alpha - \beta) \ .$$

Por outro lado, a fórmula aritmética traz o resultado

$$\langle u, v \rangle = \cos \alpha \cdot \operatorname{sen}(-\beta) + \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos(-\beta) = \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta - \operatorname{sen} \beta \cdot \cos \alpha \ .$$

Posso saber qual parte desta argumentação trouxe dificuldades?